



А К А Д Е М И Ј А
ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ
СТРУКОВНИХ СТУДИЈА

studijski programi:
DRUMSKI SAOBRAĆAJ, INDUSTRIJSKO INŽENJERSTVO

МЕХАНИКА 2

DINAMIKA

HORIZONTALNI I KOSI HITAC

Predavač: dr Boban Cvetanović

KRETANJE MATERIJALNE TAČKE PO KRIVOLINIJSKOJ PUTANJI

Ovde ce biti razmotrena dva krivolinijska kretanja materijalne tačke:

- ***Horizontalni hitac u bezvazdušnom prostoru***
- ***Kosi hitac u bezvazdušnom prostoru***

HORIZONTALNI HITAC

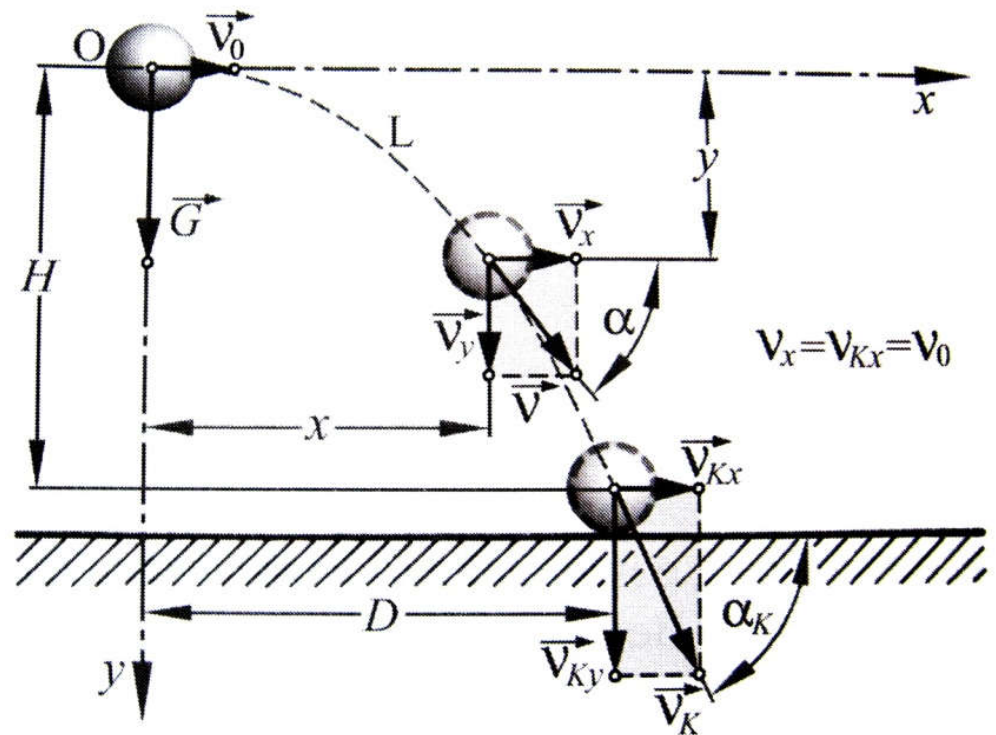




Horizontalni hitac u bezvazdušnom prostoru

To je kretanje pod dejstvom sile Zemljine teže sa početnom brzinom v_0 koja ima horizontalni pravac.

Pri ovom kretanju **ne uzimaju se u obzir otporne sile** jer se izvodi u bezvazdušnom prostoru.



Horizontalni hitac je krivolinijsko kretanje materijalne tačke u ravni pa su j-ne kretanja (pri čemu je $Z=0$):

$$X = m \cdot a_x$$

$$Y = m \cdot a_y$$

U pravcu x-ose ne dejstvuju sile, a u pravcu y-ose dejstvuje težina materijalne tačke:

$$X = m \cdot a_x = 0$$

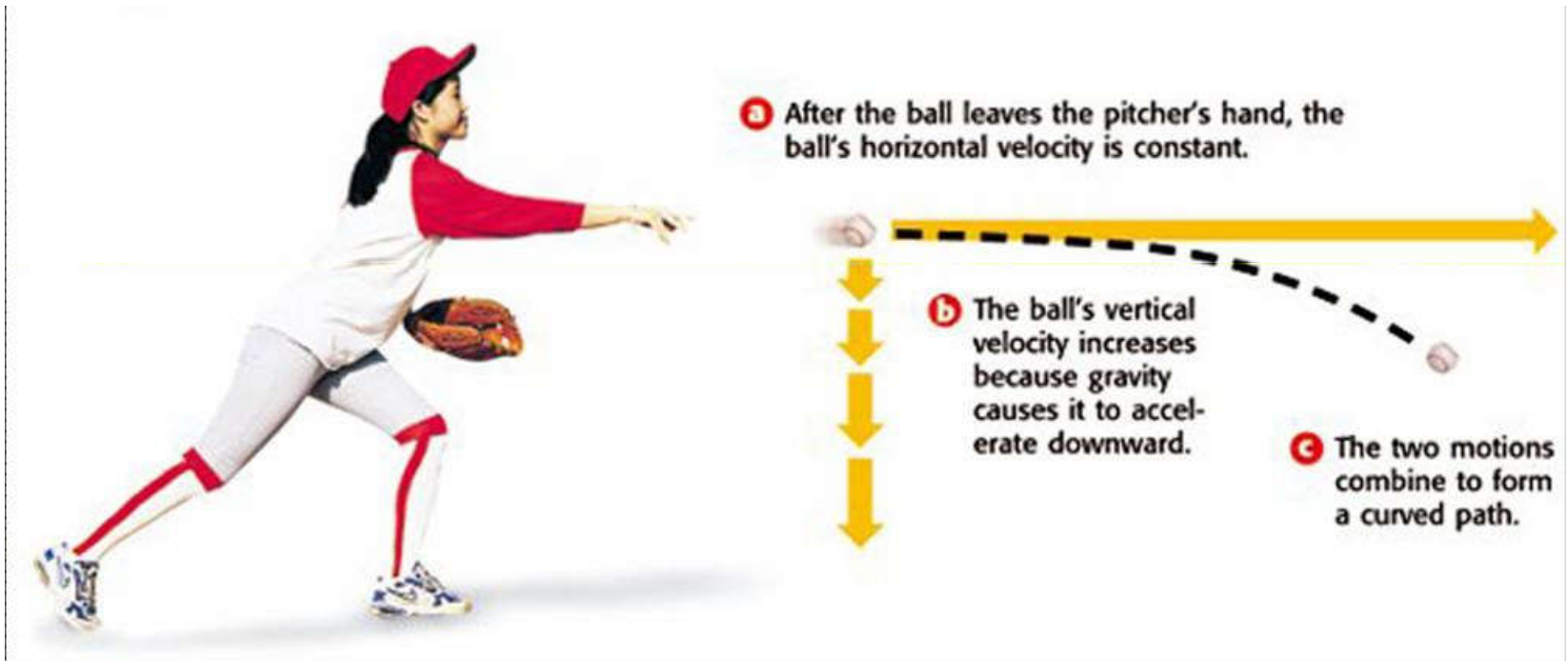
$$Y = m \cdot a_y = G = m \cdot G$$

Što znači da je $a_x=0$, $a_y=g=9,81\text{m/s}^2$ odnosno:

a) Kretanje u pravcu **x-ose je jednoliko pravolinijsko**
brzinom v_0 jer je početna brzina horizontalna

b) Kretanje u pravcu **y-ose je pravolinijsko jednako ubrzano**
bez početne brzine ubrzanjem $a=g=9,81\text{m/s}^2$ (slobodan
pad)

Slaganjem kretanja u pravcu x i y ose dobija se horizontalni hitac u bezvazdušnom prostoru.

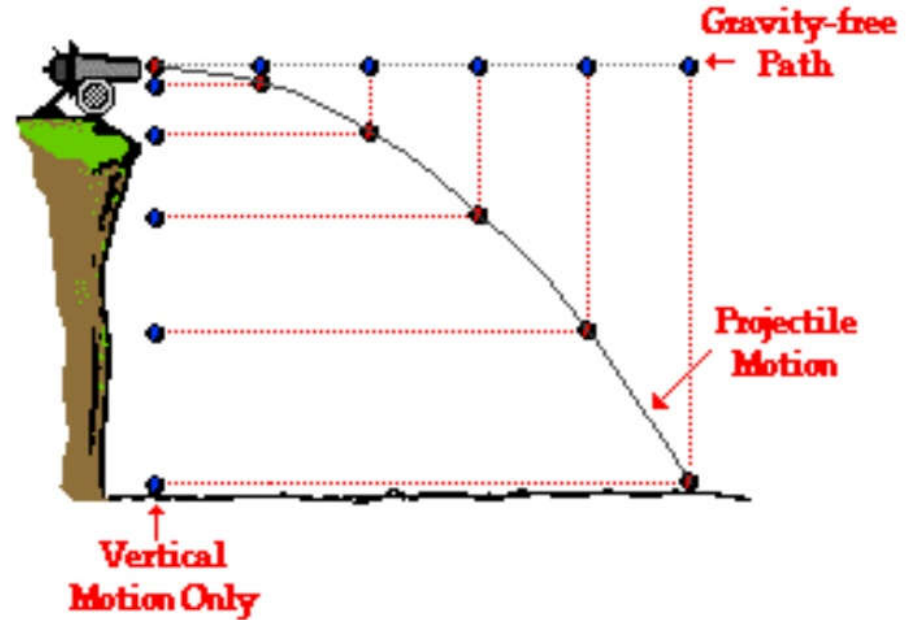


J-ne kretanja:

$$x=v_0 \cdot t \quad y=g \cdot t^2 / 2$$

Putanja: Ako iz j-na eliminišemo vreme dobijamo j-nu **kvadratne parabole**

$$y = \frac{g \cdot x^2}{2v_0^2}$$

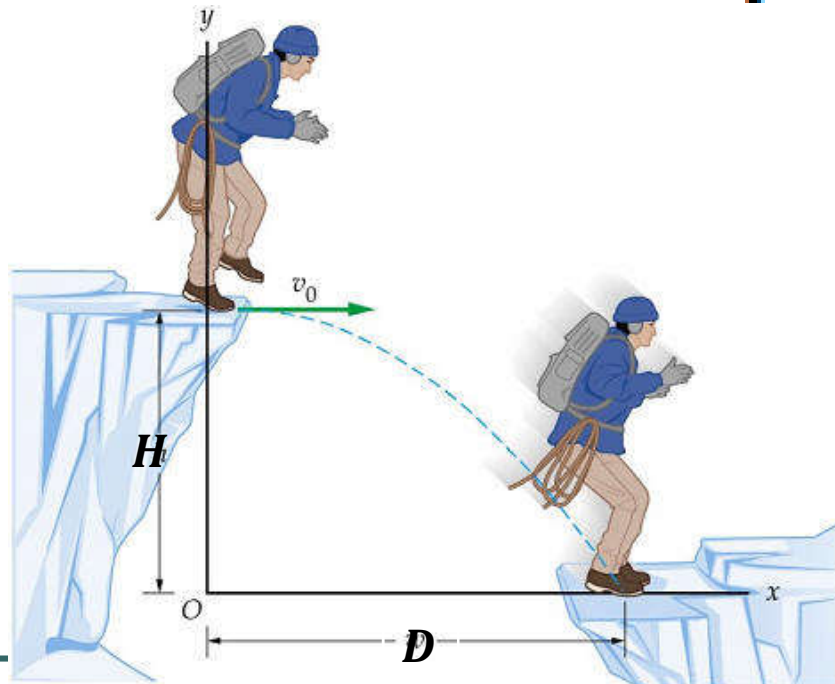


Osnovni elementi horizontalnog hica su

visina padanja H i domet D:

$$H = \frac{g \cdot t_k^2}{2}$$

$$D = v_o \cdot t_k = v_o \sqrt{\frac{2H}{g}}$$



gde je **tk vreme padanja** (trenutak kada tačka udara u zemlju)

$$t_k = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Trenutna brzina tačke dobija se slaganjem horizontalne v_x i vertikalne v_y komponente brzine: $v_x = v_0$ $v_y = gt$

$$v = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} = (v_0^2 + (gt)^2)^{1/2}$$

Tokom kretanja **brzina menja veličinu i pravac i najveću veličinu ima u trenutku udara tačke o Zemlju** (t_k):

$$v_K = (v_0^2 + (gt_k)^2)^{1/2} = (v_0^2 + 2gH)^{1/2}$$

Pravac vektora brzine \mathbf{v} zaklapa sa x-osom ugao α :

$$\operatorname{tg}\alpha = v_y/v_x = gt/v_0$$

Ugao koji zaklapa pravac brzine v_K sa x-osom naziva se **upadni ugao α_K** :

$$\operatorname{tg}\alpha_K = v_{Ky}/v_{Kx} = gt_k/v_0$$

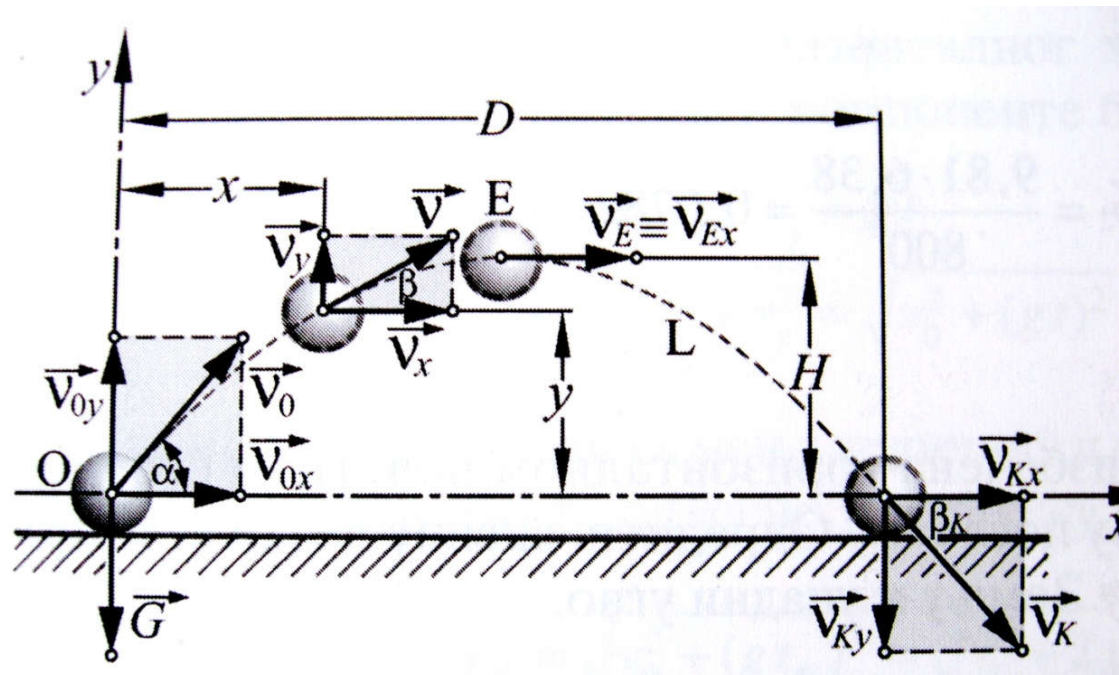
KOSI HITAC





Kosi hitac u bezvazdušnom prostoru

To je kretanje pod dejstvom sile Zemljine teže sa početnom brzinom v_0 koja ima pravac koji sa horizontalom zaklapa elevacioni ugao α



Pri ovom kretanju ne uzimaju se u obzir otporne sile jer se izvodi u bezvazdušnom prostoru.

Kosi hitac je krivolinijsko kretanje materijalne tačke u ravni pa su j-
ne kretanja (pri čemu je $Z=0$):

$$X = m \cdot a_x \quad Y = m \cdot a_y$$

U pravcu **x-ose ne dejstvuju sile**, a u pravcu **y-ose**
dejstvuje težina materijalne tačke:

$$X = m \cdot a_x = 0$$

$$Y = -G = -m \cdot g = m \cdot a_y$$

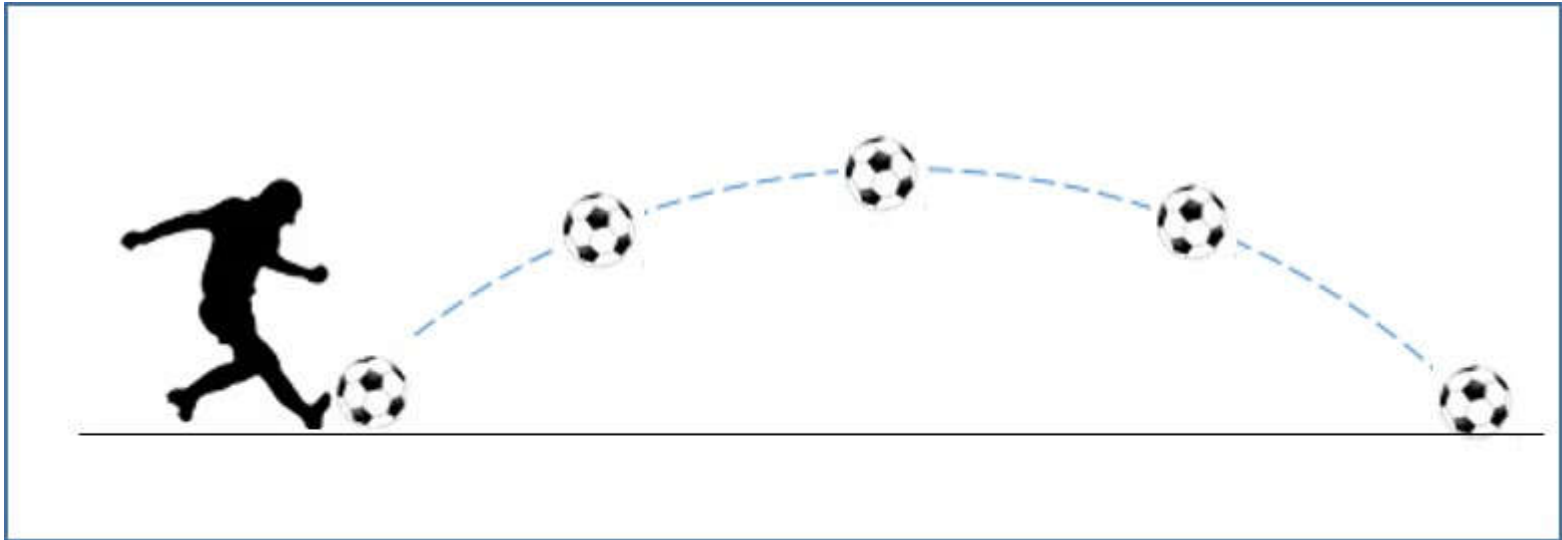
Što znači da je $a_x=0$, $a_y=-g=9,81\text{m/s}^2$ odnosno:

a) Kretanje u pravcu **x-ose je jednoliko pravolinijsko** brzinom v_{0x} (horizontalna komponenta početne brzine):

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

b) Kretanje u pravcu **y-ose je pravolinijsko jednako usporeno usporenjem** $a_y = g = 9,81 \text{ m/s}^2$ sa vertikalnom komponentom početne brzine $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ (vertikalni hitac naviše početnom brzinom v_{0y})

Slaganjem kretanja u pravcu x i y ose dobija se kosi hitac u bezvazdušnom prostoru.

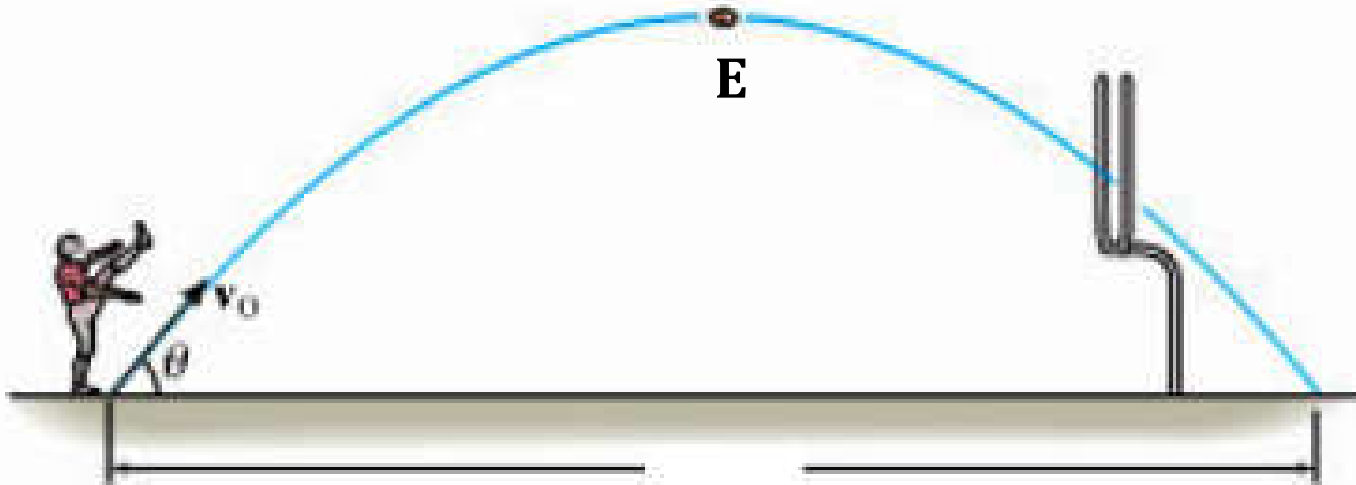


J-ne kretanja:

$$x = v_{0x} \cdot t = v_0 t \cos \alpha$$
$$y = v_{0y} t - g \cdot t^2 / 2 = v_0 t \sin \alpha - g t^2 / 2$$

Putanja: Ako iz j-na eliminišemo vreme dobijamo:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - (g \cdot x^2 / 2 v_0^2 \cos^2 \alpha) - \text{kvadratna parabola sa temenom u tački E}$$



Trenutna brzina tačke dobija se slaganjem horizontalne v_x i vertikalne v_y komponente brzine:

$$\mathbf{v_x = v_0 \cos\alpha = \text{const.}}$$

$$\mathbf{v_y = v_0 \sin\alpha - gt}$$

$$\mathbf{v = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} = (v_0^2 - 2v_0 g t \sin\alpha + g^2 t^2)^{1/2}}$$

Vreme dostizanja temena parabole t_E dobija se iz uslova da je **u temenu vertikalna komponenta brzine jednaka nuli**

$$v_{Ey} = v_0 \sin \alpha - g t_E = 0 \rightarrow t_E = v_0 \sin \alpha / g$$

Ordinata temena parabole H - **maksimalna visina hica:**

$$y = H = v_0 t_E \sin \alpha - g t_E^2 / 2 = v_0^2 \sin^2 \alpha / 2g$$

**Od temena E tačka se kreće po zakonima horizontalnog hica
gde je vreme padanja**

$$t_k = (2H/g)^{1/2}$$

Zamenom H u vremenu padanja dobija se da je **$t_K = t_E$** pa je
ukupno vreme kretanja pri kosom hica

$$T = t_E + t_K = 2v_0 \sin \alpha / g$$

Domet pri kosom hicu

$$x=D=v_0 T \cos \alpha = v_0^2 \sin 2\alpha / g$$

Tokom kretanja brzina menja veličinu i pravac i najveću veličinu ima u trenutku udara tačke o Zemlju (t_k):

$$v_K = (v_0^2 + (gt_k)^2)^{1/2} = (v_0^2 + 2gH)^{1/2}$$

U trenutku udara tačke o Zemlju brzina $\mathbf{v}_K = \mathbf{v}_0$

$$v_K = (v_0^2 - 2v_0 g T \sin \alpha + g^2 T^2)^{1/2} = v_0$$

Pravac vektora brzine \mathbf{v} zaklapa sa x-osom ugao β :

$$\operatorname{tg} \beta = v_y / v_x = v_0 \sin \alpha - g t / v_0 \cos \alpha$$

Ugao koji zaklapa pravac brzine v_K sa x-osom naziva se **upadni ugao β_K i jednak je elevacionom uglu α .**

Najveći domet postiže se sa uglom $\alpha=45^\circ$, a najveća visina postiže se uglom $\alpha=90^\circ$

$$D_{\max} = v_0^2 / g$$

$$H_{\max} = v_0^2 / 2g$$



Jednaki dometi mogu se postići sa dva različita elevaciona ugla ako se ti uglovi dopunjuju do 90°

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$$



Parabola sigurnosti

To je obvojnica parabola nacrtanih za istu početnu brzinu i različite elevacione uglove

Ima značajnu ulogu u teoriji gađanja jer razgraničava tačke u prostoru koje se mogu dostići nekom početnom brzinom od onih koje se ne mogu dostići

